Kurvendiskussion von Polynomen

Untersuchen Sie die gegebenen Funktionen f bzw. ihre Graphen G_f nach folgenden Gesichtspunkten:

a) Symmetrie (falls Grundsymmetrie vorhanden)

b) Nullstellen

c) Monotonieverhalten sowie Koordinaten und Art der Extrempunkte

d) Krümmungsverhalten und Koordinaten der Wendepunkte, Wendetangenten

e) Graph G_f von f

1. $f(x) = \frac{1}{3}(x^3 - 3x^2 - 9x + 11)$

[NSt.: $x_1 = 1$, $x_{2,3} = 1 \pm 2\sqrt{3}$, $H(-1|\frac{16}{3})$, $T(3|-\frac{16}{3})$, $W(1|0)$, t_W: $y = -4x+4$]

2. $f(x) = \frac{1}{4}(x^4 - 8x^2)$ (ohne t_W)

[NSt.: $x_{1,2} = 0$, $x_{3,4} = \pm 2\sqrt{2}$, $T_1(-2|-4)$, $H(0|0)$, $T_2(2|-4)$, $W_{1,2}(\pm\frac{2}{\sqrt{3}}|-\frac{20}{9})$]

3. $f(x) = \frac{1}{10}(x^3 + 6x^2)$

[NSt.: $x_{1,2} = 0$, $x_3 = -6$, $H(-4|3{,}2)$, $T(0|0)$, $W(-2|1{,}6)$, t_W: $y = -1{,}2x - 0{,}8$]

4. $f(x) = 3x^5 - 5x^3$ (ohne t_W)

[NSt.: $x_{1,2,3} = 0$, $x_{4,5} = \pm\sqrt{\frac{5}{3}}$, $H(-1|2)$, $T(1|-2)$, $W_1(0|0)$, $W_{2,3}(\pm\sqrt{0{,}5}|\mp\frac{7}{4}\sqrt{0{,}5})$]

5. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$

[NSt.: $x_1 = -1$, $x_{2,3} = -1 \pm \sqrt{3}$, $T(0|-2)$, $H(-2|2)$, $W(-1|0)$, t_W: $y = -3x - 3$]

6. $f(x) = x\,(x-3)^2$

[NSt.: $x_1 = 0$, $x_{2,3} = 3$, $T(3|0)$, $H(1|4)$, $W(2|2)$, t_W: $y = -3x + 8$]

7. $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x$

[NSt.: $x_1 = 0$, $x_{2,3} = 6$, $T(6|0)$, $H(2|4)$, $W(4|2)$, t_W: $y = -\frac{3}{2}x + 8$]